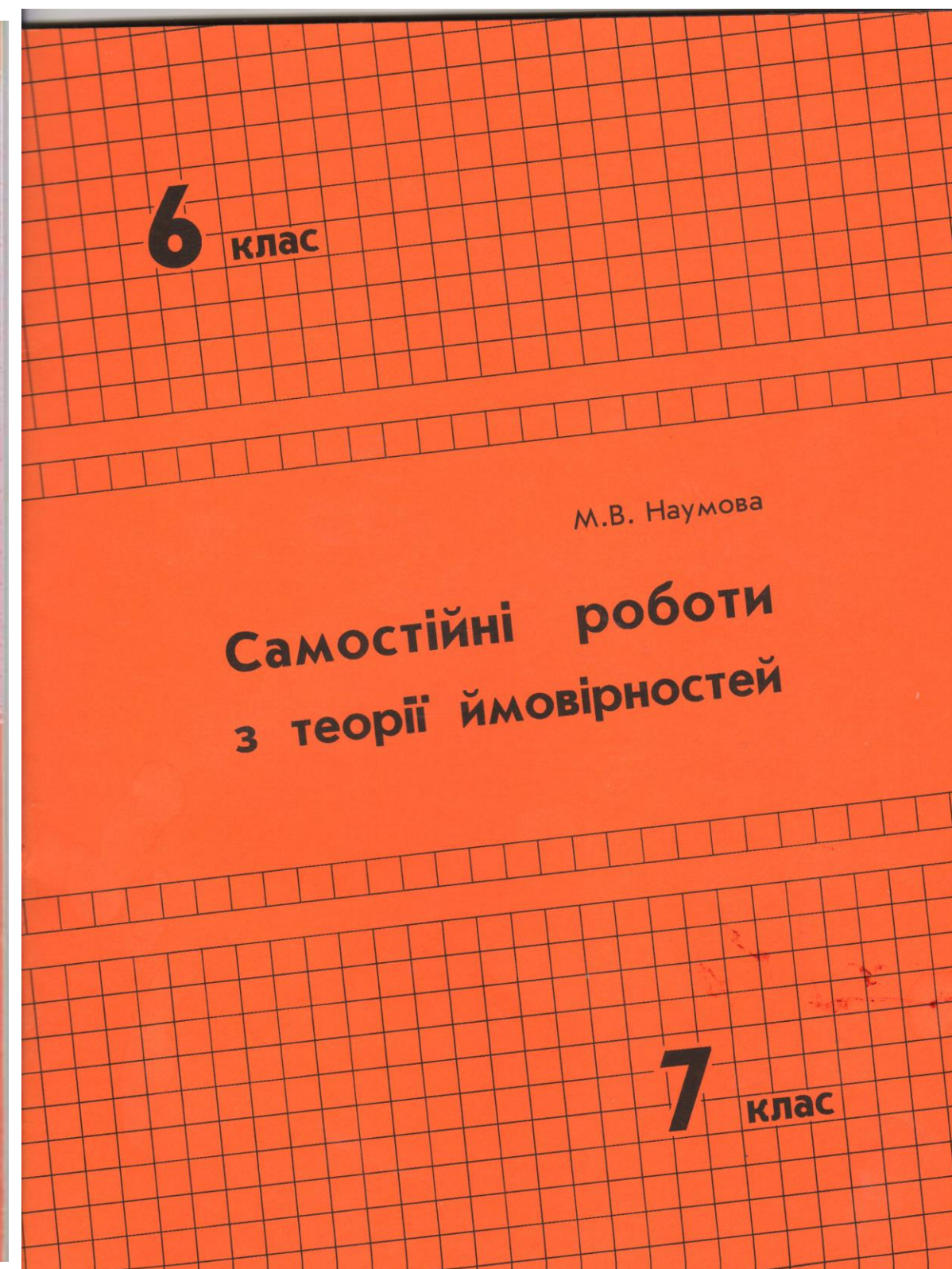
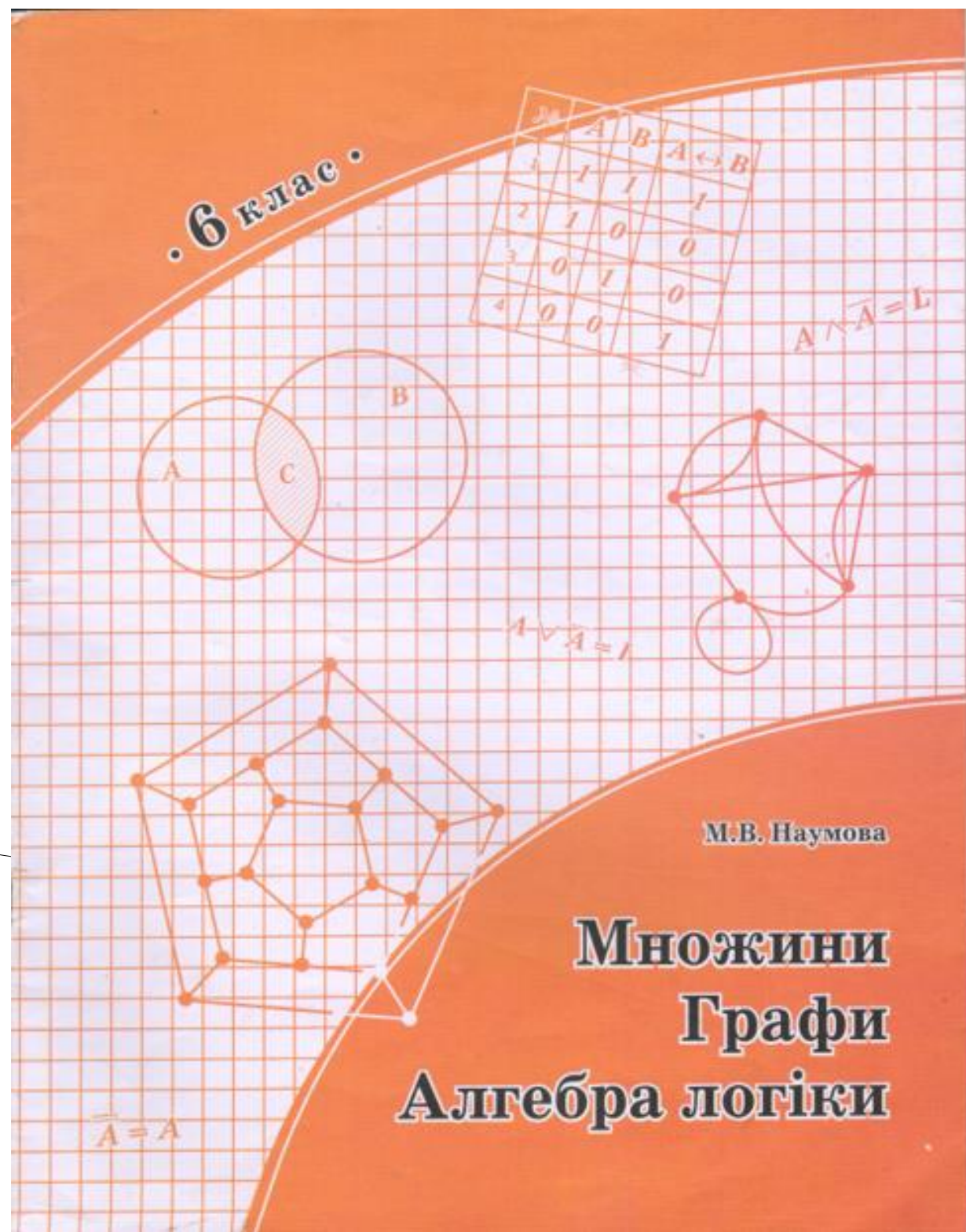


Елементи теорії ймовірності
Структура, особливості та
методика курсу за педагогічною
технологією "Росток"



Множини. Графи. Логіка

- Вивчення елементів дискретної математики — множин, графів та математичної логіки — є однією з найяскравіших візитівок технології інтегративно-діяльнісного навчання «Росток». На відміну від класичної програми, де ці теми майже не згадуються або виносяться на факультативи, у «Ростку» вони є наскрізними та закладають фундамент для системного, алгоритмічного й критичного мислення.

1. Множини (Теорія множин)

Тема «Множини» є базовою і запроваджується дуже рано (часто елементи з'являються ще в початковій школі, а системно — у 5 класі). Вона слугує мовою, якою описуються всі інші математичні об'єкти.

Концепція: Перехід від конкретного до абстрактного. Учні вчаться групувати об'єкти за ознаками, формуючи поняття елемента множини, порожньої множини, підмножини.

Візуалізація (Круги Ейлера): Це головний інструмент. Завдяки кругам Ейлера абстрактні операції стають наочними.

Операції над множинами:

Переріз — логічне «і» (шукаємо спільне).

Об'єднання — логічне «або» (збираємо все разом).

Різність та доповнення — виключення елементів.

Типові задачі в «Росток»:

Задачі на класифікацію чисел (наприклад, розмістити натуральні, парні, трицифрові числа у відповідні області кругів Ейлера).

Текстові логічні задачі на знаходження кількості елементів (формула включень-виключень, хоча сама формула в 5-6 класах дається через схематичне розв'язання на малюнку: «У класі 15 учнів вивчають англійську, 12 — німецьку, а 5 — обидві...»).

Задача 1.1: Про любителів кави та чаю

У відділі працює 30 співробітників. З них 18 осіб щоранку п'ють каву, 15 осіб — чай, а 7 співробітників п'ють і каву, і чай. Скільки співробітників не п'ють ні кави, ні чаю? Скільки людей п'ють тільки каву?

2. Операції над множинами та символіка

Задачі на відпрацювання понять: перетин, об'єднання, різниця та доповнення.

Задача 2.1: Числові множини

Нехай множина A — це множина всіх дільників числа 12, а множина B — множина всіх дільників числа 18. Запишіть множини A і B за допомогою переліку їх елементів. Знайдіть перетин A і B . Що означають елементи цієї множини? Знайдіть об'єднання A і B . Знайдіть різницю A і B та B і A . Важливо, щоб учень міг пояснити логіку життєвим прикладом. (Наприклад: «Мама сказала: "Купи хліб АБО булки". Якщо я куплю і те, і інше, чи виконаю я прохання?»).

3. Логічні задачі та підмножини

Задача 3.1: Скільки підмножин?

Множина M складається з букв слова «УРОК» ($M = \{У, Р, О, К\}$). Скільки всього підмножин має множина M ? Випишіть усі її підмножини, які складаються рівно з двох елементів.

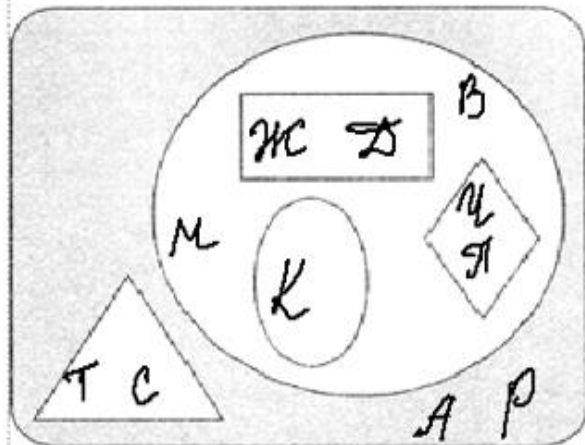
Задача 3.2: Істинно чи хибно?

Дано множину дійсних чисел. Визначте, які з наступних тверджень є правильними, а які ні (і чому):

$N \subset Z$; $\emptyset \subset \{0\}$; $\{1, 2\} = \{2, 1\}$

Самостійна робота № 2

Знайди та розташуй елементи множин в фігурах на малюнку: впиши першу букву кожного слова зі списку.



- Множина:
- – тварин
 - – звірів
 - – риб
 - ◇ – птиць
 - △ – рослин
- Чайка
Дельфін
Восьминіг
Айсберг
Пінгвін
Жираф
Сосна
Річка
Тюльпан
Мураха
Камбала

З'єднай малюнок з парою множин.

1 2 3

1. Множина звірів
Множина риб

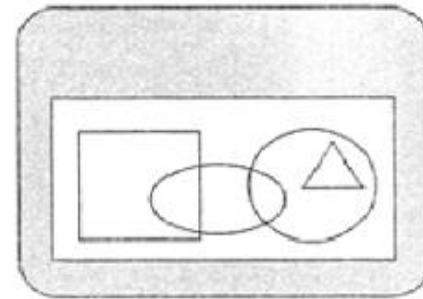
2. Множина тварин, які мешкають в морі
Множина звірів

3. Множина звірів
Множина тварин

1 Б 2 В 3 А

3

Домалюй в таблицю фігури, якими позначені множини:



□	тварин
○	комах
□	птахів
△	метеликів
○	тварин, які вміють плавати

4

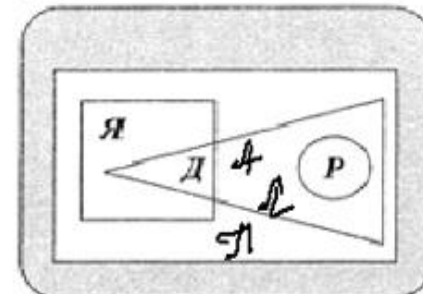
Знайди на малюнку кожен множину та розмалюй кола.

- Множина:
- прямокутників – зеленим;
 - чотирикутників – жовтим;
 - багатокутників – синім;
 - квадратів – червоним.



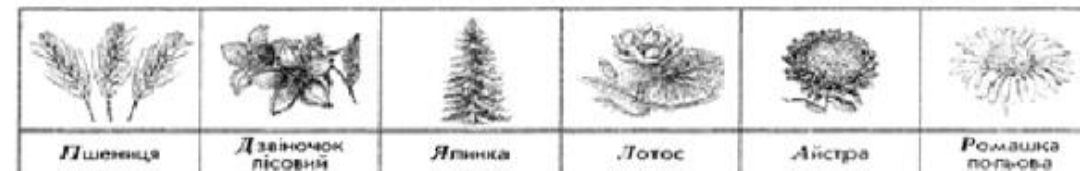
5

В фігури на рисунку вписані перші букви назв деяких рослин. Впишіть в таблицю назви множин. Впишіть в фігури перші букви ще трьох назв рослин.



Множина:

□	рослини
○	польових квітів
□	лісові рослини
△	квіти



Контрольна робота з теми: «Множини»

1. Прочитайте наступні записи та перелічіть елементи кожної множини:

$$a) D = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 1 \leq x \leq 6\};$$

$$б) D = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 3x + 6 = 10\}$$

2. Вкажіть правильні записи:

$$a) \{1\} \in \{1, 2\}; \quad б) \{1\} \in \{1, \{1\}\}; \quad в) \{1, 2\} \in \{1, \{2\}\}; \quad г) 1 \subset \{1, 3, 5\}; \quad д) \{3\} \subset \{3, 1, 4\};$$

$$e) a \in \{a, b, c\}; \quad е) 7 \in \{1, 3, 5\}; \quad ж) A \subset A; \quad з) 3 \in \{1, 2, \{3, 4\}, a, \{3\}\}.$$

3. Знайдіть перетин, об'єднання та різниця множин A і B , якщо:

$$a) A = \{a, b, c, d, e, f\}, B = \{b, e, f, k, l\};$$

$$б) A = \{26, 39, 5, 58, 17, 81\}, B = \{17, 26, 58\}.$$

4. Нехай M — множина підручників з математики, F — множина підручників з фізики, K — множина книг шкільної бібліотеки. Запишіть за допомогою знаків операцій над множинами (об'єднання, переріз, різниця):

- а) множину підручників з фізики, наявних у шкільній бібліотеці;
- б) множину підручників з фізики і математики;
- в) множину книг, наявних у шкільній бібліотеці, окрім підручників з математики.

5. В усіх дворах селища селяни тримають худобу (корів або свиней). Відомо, що в 43 дворах тримають корів, в 39 дворах — свиней, а в 12 дворах — і корів, і свиней. Скільки всього дворів у селищі?

2. Графи

- Теорія графів у «Ростку» — це потужний інструмент для розвитку комбінаторного мислення та вміння моделювати реальні процеси. Графи знімають страх перед складними текстовими задачами.
- Концепція: Граф розглядається як математична модель, де об'єкти — це вершини, а зв'язки між ними — ребра.
- Ключові поняття, що засвоюються: Вершини та ребра.
- Степінь вершини (кількість ребер, що виходять з неї).
- Лема про рукостискання: сума степенів усіх вершин графа є парною і дорівнює подвоєній кількості ребер. Це перша серйозна теорема, яку учні доводять «на пальцях».
- Зв'язні та незв'язні графи.
- Орієнтовані графи (орграфи) та дерева (графи без циклів).

Методичні акценти в «Росток»:

Граф як мова моделювання: Учні вчаться перекладати умову задачі (про знайомства, маршрути доріг, розклад турнірів) на мову графа.

Комбінаторні задачі: Використання дерева варіантів (деревовидного графа) для підрахунку кількості комбінацій (наприклад, скільки трицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3 без повторень).

Задачі на обходи: Знамениті задачі про Кенігсберзькі мости або малювання фігури без відриву руки від паперу (Ейлерові шляхи).

Лема про рукостискання (або теорема про парність степенів) — це один із найфундаментальніших та найгарніших інваріантів у теорії графів. У системі «Росток» вона є чудовим прикладом того, як складне комбінаторне правило можна «відкрити» через просту практичну дію та наочне моделювання.

Простими словами для учнів вона формулюється так: у будь-якому графі сума степенів усіх його вершин є парною і дорівнює подвоєній кількості ребер.

1. Як «відкрити» лему разом з учнями (Діяльнісний підхід)

Замість того, щоб давати готову формулу, у «Ростку» найкраще провести міні дослідження.

Крок 1: Практичний експеримент

Викликаємо до дошки, наприклад, 4 учнів. Просимо їх потиснути один одному руки (але не обов'язково кожен із кожним — хай зроблять це хаотично). Один учень (лічильник) рахує реальну кількість рукостискань. Наприклад, вони потиснули руки 5 разів. У цей час на дошці малюється граф: діти — вершини, рукостискання — ребра.

Крок 2: Збір статистики

Тепер просимо кожного з 4 учнів назвати, скільки разів особисто він тиснув руку (це і є степінь вершини).

Записуємо ці числа на дошці під відповідними вершинами.

Наприклад: $\begin{matrix} P \\ SEP \end{matrix}$

Оля: $\begin{matrix} P \\ SEP \end{matrix}$

Петро: 2

~~Андрій~~: $\begin{matrix} P \\ SEP \end{matrix}$

Катя: 2

Крок 3: Магічне питання

Додаємо всі названі дітьми числа (шукаємо суму степенів):

$$3 + 2 + 3 + 2 = 10$$

Запитуємо клас: «Подивіться на кількість рукостискань (5) і на суму, яку ми отримали (10). Який зв'язок ви помітили?»

Діти одразу бачать, що сума вдвічі більша.

Крок 4: Чому так відбувається? (Суть доведення)

Запитуємо: «Чому сума названих чисел виявилася вдвічі більшою за кількість потиснутих рук?»

Правильний висновок учнів: «Тому що в кожному рукостисканні беруть участь дві руки! Коли Оля і Петро тиснули руки, Оля порахувала це рукостискання собі, а Петро — собі. Тобто кожне ребро ми додали до суми двічі».

2. Головні наслідки, які мають засвоїти учні

З леми про рукостискання випливає залізне математичне правило (інваріант), на якому будуються всі нестандартні задачі:

Наслідок: У будь-якому графі кількість вершин із непарними степенями обов'язково є парно

Чому? Бо якщо сума кількох чисел є парною, то непарних доданків серед них не може бути непарна кількість (інакше вони б дали в сумі непарне число).

3. Приклади оформлення задач у зошитах («Росток»)

В уроках за технологією «Росток» важливо, щоб діти не просто писали «ні, не можна», а чітко фіксували математичну суперечність.

Задача (На існування графа)

Умова: У класі 9 учнів. Чи може бути так, що кожен із них товаришує рівно з трьома однокласниками?

Оформлення в зошиті: Припустимо, такий граф існує.

Кількість вершин 9. Степінь кожної вершини

Шукаємо суму степенів усіх вершин: $3 * 9 = 27$

Аналіз результату: За лемою про рукостискання, сума степенів має бути парним числом. Але 27 — непарне число.

Висновок: Отримали суперечність. Такого графа існувати не може.

Відповідь: Ні, не може.

Для учнів, які навчаються за програмою «Росток», стандартні задачі (на кшталт «намалюй граф за умовою» або «порахуй степені вершин») зазвичай не викликають труднощів. Щоб посправжньому включити діяльнісний підхід та викликати азарт, потрібні задачі-пастки, задачі-ігри або сюжети з несподіваним математичним «перевертнем».

1. Пастки на «Лему про рукостискання»

Ці задачі тренують вміння бачити інваріант (парність суми степенів) там, де самого графа на перший погляд немає.

Задача «Професор на симпозіумі»

Умова: На математичний симпозіум приїхало 15 професорів. Чи може кожен із них після закінчення заходу виявити, що він поспілкувався рівно з 7 своїми колегами?

Задача «Острови та мости»

Умова: У казковій країні Графляндії є 7 островів. З кожного острова виходить або 1, або 3, або 5 мостів. Чи може загальна кількість мостів у цій країні дорівнювати 14?

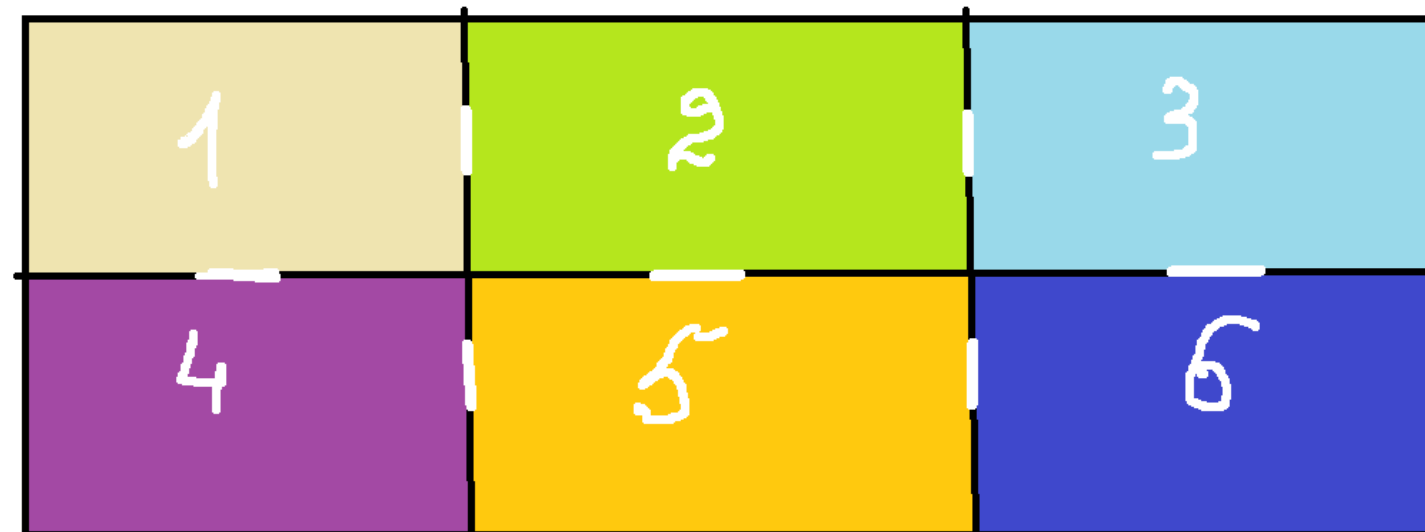
2. Задачі на Ейлерові графи (малювання одним розчерком)

Замість класичного «намалюй конвертик», запропонуйте задачу, де критерій Ейлера потрібно застосувати до реального життєвого простору.

Задача «Виставкова галерея»

Умова: План виставки складається з 6 залів, з'єднаних між собою дверима (як на малюнку нижче, де лінії — це стіни, а розриви — двері).

Екскурсовод хоче провести групу так, щоб пройти через кожні двері рівно один раз. Чи можливо це? З якого залу треба почати?



Методична родзинка: Переклад топологічної схеми на мову графа. Кімнати — це вершини, двері — це ребера.

Розв'язання: Будуємо граф. Рахуємо степені вершин (кількість дверей у кожному залі). За теоремою Ейлера, такий обхід можливий тоді і тільки тоді, коли граф має не більше ніж дві непарні вершини. Якщо непарних вершин рівно дві, то рух обов'язково треба починати в одній з них, а закінчувати в іншій.

Робота на уроці: Запропонуйте учням самим порахувати двері для конкретної схеми та зробити висновок без довгих експериментів олівцем.

3. Графи як інструмент для ігор (Дерева та стратегії)

«Росток» обожнює діяльнісні ігри. Графи допомагають знайти виграшну стратегію.

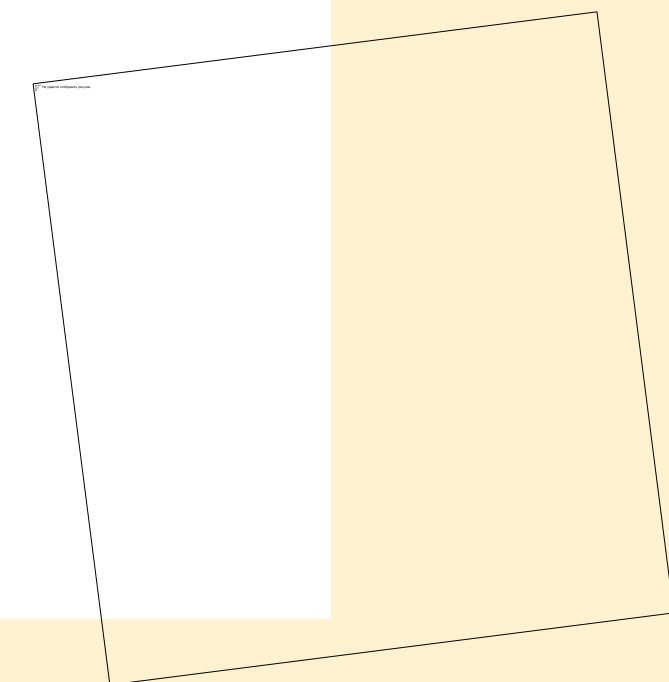
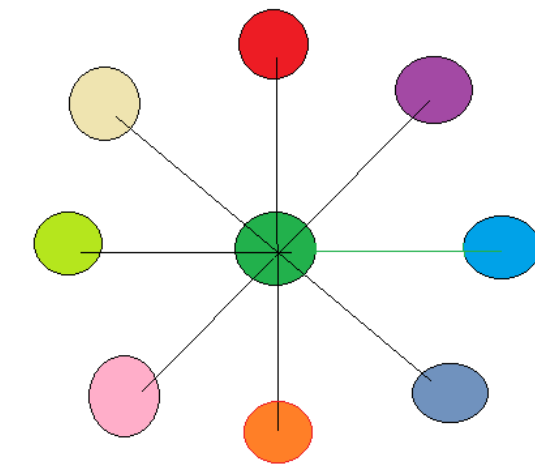
Задача-гра «Магічна ромашка»

Умова: На дошці намальовано ромашку з 8 пелюстками. Двоє учнів грають у гру. За один хід можна закреслити або одну пелюстку, або дві сусідні. Виграє той, хто закреслить останню пелюстку. Хто виграє при правильній грі — перший чи другий гравець?

Методична родзинка: Перетворення циклічного графа (кола пелюсток) у лінійний граф (ланцюжок) після першого ходу Розв'язання: (Стратегія симетрії): Незалежно від того, як сходить перший гравець (закреслить 1 чи 2 пелюстки), коло розривається і перетворюється на лінійний ланцюжок з 7 або 6 пелюсток. Другий гравець своїм ходом має закреслити пелюстки так, щоб розбити цей ланцюжок на дві абсолютно однакові (ізоморфні) частини. Далі другий гравець просто дзеркально повторює ходи першого на протилежній частині графа.

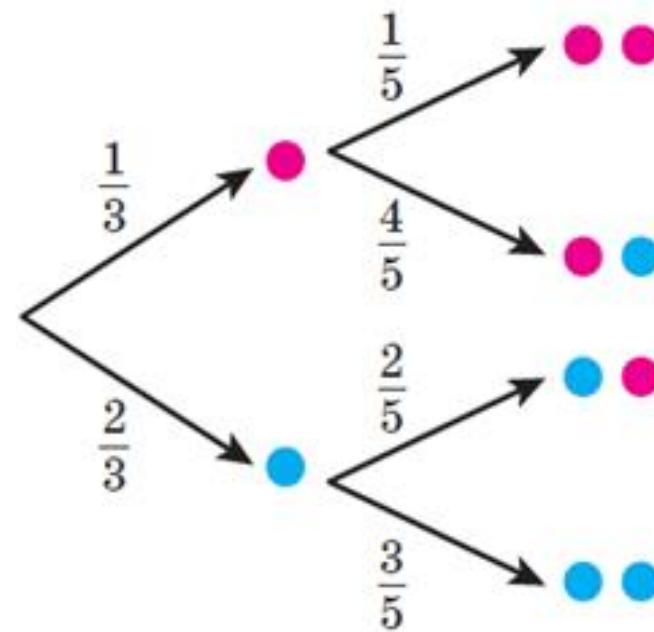
Відповідь: Завжди виграє другий гравець.

У посібниках М.В. Наумової для технології «Росток» (як у 7 класі в темі «Комбінаторика», так і у 8 класі в теорії ймовірностей) графі є одним із найпотужніших інструментів наочно-графічного моделювання.



Замість складних абстрактних формул учні малюють схеми, що складаються з точок (вершин) та ліній (ребер). Це допомагає матеріалізувати ймовірнісні та комбінаторні процеси.

ПРИКЛАД . З коробки, у якій лежать 2 червоні та 4 сині кулі, навмання беруть спочатку одну кулю, а потім — ще одну. Подія A полягає в тому, що перша взята куля виявиться червоною, а подія B — у тому, що друга взята куля також виявиться червоною. Обчисліть $P_A(B)$.



Алгебра логіки

У програмі розвивального навчання «Росток» елементи математичної логіки займають особливе місце. Вони вводяться значно раніше, ніж у традиційній школі (починаючи з початкових класів і поглиблюючись у 5–6 класах), і слугують інструментом для розвитку системного, критичного та абстрактного мислення.

У програмі розвивального навчання «Росток» елементи математичної логіки займають особливе місце. Вони вводяться значно раніше, ніж у традиційній школі (починаючи з початкових класів і поглиблюючись у 5–6 класах), і слугують інструментом для розвитку системного, критичного та абстрактного мислення.

Концептуальні особливості підходу.

- Від конкретного до абстрактного: Замість сухої теорії дітям пропонують наочні моделі (діаграми Ейлера-Венна, схеми, таблиці істинності).
- Мова теорії множин як база: Логічні операції тісно пов'язані з поняттям множин. Об'єднання, переріз та доповнення множин візуалізують логічні операції «І», «АБО», «НЕ».
- Побудова правильних міркувань: Велика увага приділяється розумінню причинно-наслідкових зв'язків (якщо..., то...) та розрізненню істинних і хибних тверджень.

Основні змістові лінії та теми

А. Твердження (висловлення)

Поняття про істинні (правильні) та хибні (неправильні) твердження.

Побудова заперечень до тверджень (операція «НІ»).

Квантори існування та загальності: розуміння слів «всі», «жоден», «деякі», «хоча б один».

Б. Логічні операції (Алгебра логіки)

Кон'юнкція (операція «І»): Логічне множення. Твердження істинне лише тоді, коли істинні обидві його частини.

Диз'юнкція (операція «АБО»): Логічне додавання. Твердження істинне, якщо істинна хоча б одна з його частин.

Побудова та аналіз простих таблиць істинності.

$$(A \vee B \vee C) \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C})$$

	A	B	C	$A \vee B \vee C$	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$	$\overline{A \vee B \vee C}$	$(A \vee B \vee C) \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C})$
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
2	1	0	0	1	0	1	1	0	0
3	0	1	0	1	1	0	1	0	0
4	0	0	1	1	1	1	1	0	0
5	1	1	0	1	0	0	0	1	1
6	0	1	1	1	1	0	1	0	0
7	1	0	1	1	0	1	1	0	0
8	1	1	1	1	0	0	1	0	0

1. Чи має розв'язок система нерівностей:

$$\begin{cases} x > 2 \\ x \leq 2. \end{cases}$$

На якому законі логіки ґрунтується ваша відповідь?

2. "Прямі a і b на площині паралельні й не перетинаються".

Що можна сказати про істинність даного висловлення? На якому законі логіки ґрунтується ваша відповідь?

3. Що стверджується в наступних реченнях:

а) невірно, що квадрат – це не ромб;

б) невірно, що 2 не є простим числом.

4. Сформулюйте речення, які відповідно до законів де Моргана виражають те саме, що й наступні висловлення:

а) невірно, що трикутник ABC – прямокутний і рівнобедрений;

б) невірно, що число 9 – парне або просте;

в) невірно, що кожне з чисел m і n – парне;

г) невірно, що хоча б одне з чисел r і S – просте;

д) a не рівне 3 і b не рівне 2;

е) я не висплюся або запізнюся.

Викладання комбінаторики в межах технології розвивального навчання «Росток» має унікальну специфіку. На відміну від традиційної програми, де комбінаторика часто з'являється раптово у старших класах як сухий набір формул (A_n^m, C_n^m, P_n), у «Ростку» цей розділ є наскрізним і впроваджується з перших років навчання.

Головна філософія технології — діяльнісний підхід та випереджальний розвиток, тому акцент зміщується з абстрактного зазубрювання на наочне моделювання та формування комбінаторного мислення.



Нюанси, на які варто звернути увагу педагогу при викладанні цього блоку:

1. Спіралеподібний принцип побудови матеріалу

Комбінаторні задачі не виділяються в один ізольований блок наприкінці року. Вони вплітаються у програму постійно, починаючи з початкової школи, і з кожним роком (спіраллю) рівень абстракції зростає:

Початкові класи / 5 клас: Діти розв'язують задачі методом простого перебору, малюють схеми, розфарбовують прапори, розсаджують персонажів. На цьому етапі формується поняття «варіант».

6 клас: Перебір стає системним. Вводиться поняття дерева можливих варіантів, таблиць варіантів та правила суми й добутку.

7 клас: З'являється класична комбінаторика (перестановки, розміщення, комбінації), але вже на базі потужної інтуїтивної та графічної основи, сформованої раніше.

2. Відмова від раннього введення формул

Один із найбільших «гріхів» традиційного підходу — дати формулу комбінацій раніше, ніж учень зрозуміє її суть. У «Ростку» діти мають «вирости» до формули самостійно. Якщо учень може розв'язати задачу за допомогою правила добутку та графічної схеми, не знаючи символу C_n^m — це ідеальний результат для середньої ланки. Formularphobia (страх перед формулами) зникає, бо буквений запис згодом сприймається просто як коротке кодування вже зрозумілих дій.

3. Ключова роль графічного моделювання

У «Ростку» наочність є рушієм абстрактного мислення. При викладанні комбінаторики критично важливо навчити учнів будувати:

Дерево можливих варіантів (граф-дерево). Це базовий інструмент. Навіть коли задач стає забагато для повного малювання, учні мають уміти зобразити «кістяк» дерева, щоб візуалізувати розгалуження.

Таблиці варіантів (сітки). Особливо ефективні для задач на вибір двох елементів (наприклад, кидання двох гральних кубиків або складання пар)

Схеми з геометрії. Часто комбінаторні задачі в «Ростку» переплітаються з геометрією (скільки відрізків/трикутників можна утворити з точок на площині).

4. Акцент на логіку класифікації та системний перебір

Найважче для учнів — зрозуміти, чи всі варіанти враховано і чи немає повторів. Технологія «Росток» вимагає вчити дітей хаотичний перебір перетворювати на системний.

Приклад: Скласти трицифрові числа з цифр 1, 2, 3.

Неправильний підхід (хаотичний): 123, 321, 213... (легко загубити число).

Підхід «Ростка» (системний): Зафіксуємо на першому місці 1 (123, 132), потім на першому місці 2 (213, 231), потім 3 (312, 321).

Цей навичок безпосередньо пов'язаний із темою «Множини», яка в «Ростку» також вивчається дуже глибоко (діаграми Ейлера-Венна є чудовим помічником у комбінаторних задачах на заперечення чи об'єднання умов).

5. Робота з двома базовими правилами (Сума та Добуток)

Ці правила є фундаментом усього розділу. Нюанс викладання полягає в опрацюванні сполучників-маркерів:

- * Сполучник «АБО» вимагає додавання варіантів (правило суми).
- * Сполучник «І» вимагає множення варіантів (правило добутку).

У «Ростку» важливо проговорювати кожну задачу вголос, спонукаючи учнів самих ставити ці запитання: «Нам потрібно вибрати старосту АБО заступника, чи старосту І заступника?»

6. Пастка «Впорядковано / Невпорядковано»

Коли починається диференціація між розміщеннями (A_n^m) та комбінаціями (C_n^m), учні часто плутаються. У технології розвивального навчання акцент робиться на дослідженні життєвих ситуацій:

Варіант А: Ми вибираємо 2 учнів з 10 для поїздки на олімпіаду. (Порядок неважливий ділимо на $2!$, щоб прибрати повтори пар типу Олег-Анна та Анна-Олег).

Варіант Б: Ми вибираємо з 10 учнів одного старосту і одного фізорга. (Порядок важливий ділити не треба). Розумінню цього нюансу допомагає саме попередній досвід ручного перебору в 5–6 класах, де діти ручками викреслювали однакові пари.

Щоб діти не плуталися, навчіть їх ставити до задачі три запитання за схемою:

Алгоритм розв'язання задачі (вибір формули).



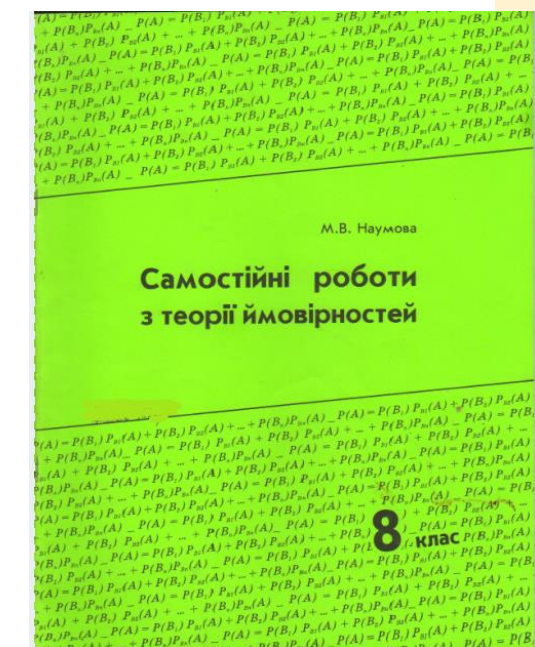
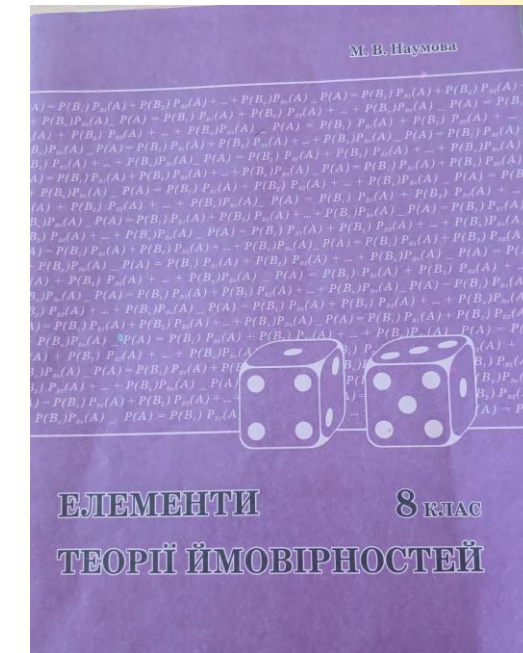
У деяких задачах учні часто плутають, що використовувати: А чи С. Якщо задача розв'язується через А (де порядок важливий), її завжди можна розв'язати взагалі без формул комбінаторики — за допомогою звичайного правила множення ймовірностей подій.

Методика викладання елементів теорії ймовірностей у програмі «Росток» суттєво відрізняється від традиційної шкільної методики. Оскільки «Росток» базується на концепції діяльнісного методу (системно-діяльнісний підхід), вивчення стохастичної лінії будується не на зазубрюванні готових формул, а на самотійному «відкритті» математичних закономірностей через гру, експеримент та моделювання.

1. Головні концептуальні принципи викладання

◆ Принцип мінімаксу

Програма пропонує учням матеріал на високому (творчому) рівні складності (максимум), але фіксує обов'язкові вимоги лише на рівні базового розуміння (мінімум). Це дозволяє зняти психологічний бар'єр: діти не бояться теорії ймовірностей, сприймаючи її як інтелектуальну гру, де помилка — це теж результат дослідження.



◆ Випереджальне навчання (спіральна структура)

Елементи стохастики вводяться не в старших класах як відірваний блок, а «вплітаються» в програму, починаючи з початкової школи і плавно ускладнюючись у 5–6 класах:

Молодша школа: Інтуїтивне розуміння («можливо», «неможливо», «обов'язково»). Ігри з кубиками, монетами.

5 клас: Поняття випадкової події, класична ймовірність на наочних прикладах, перші комбінаторні дерева.

6 клас: Систематизація, робота з множинами (кола Ейлера), геометрична ймовірність, операції над подіями.



◆ Технологія уроку «відкриття» нового знання

При вивченні нових тем ми обов'язково використовуємо уроки відкриття нових знань.

Наприклад, при вивченні класичного обчислення означення ймовірності

Урок не починається з правила: $P(A) = m/n$. Він починається з проблемної ситуації.

Приклад: Нам потрібно витягнути щасливий квиток. В одній коробці 2 щасливих із 10, в іншій — 5 із 25. Де шанс більший? Учні самі приходять до ідеї порівняння часток (дробів), що безпосередньо веде до формули ймовірності.

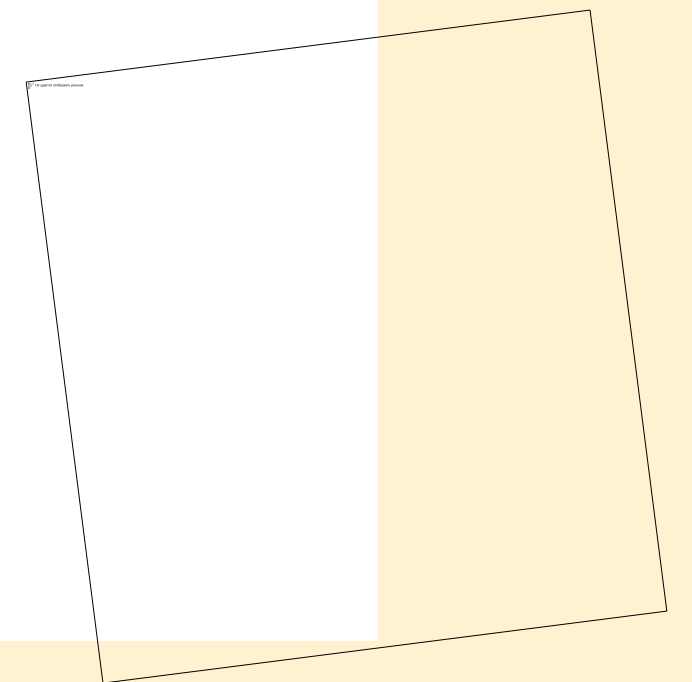
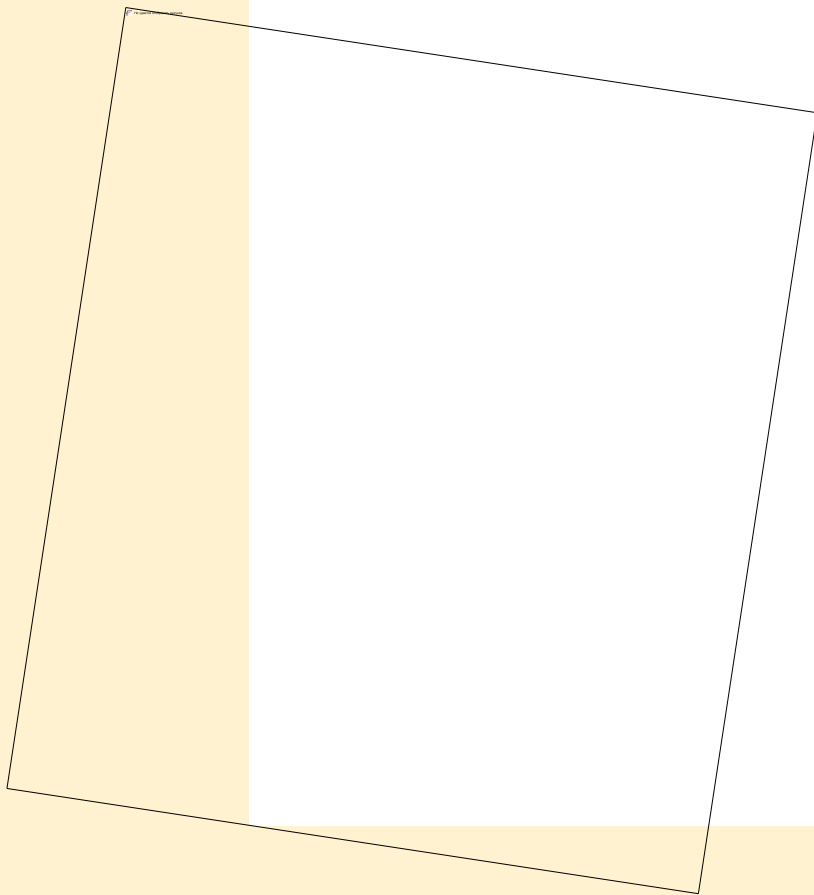
Методичні етапи та прийоми роботи

Етап 1: Формування стохастичної інтуїції та мовної культури

Перш ніж рахувати, учні мають навчитися класифікувати події.

Використовується прийом «Шкала ймовірностей» (або «Лінійка ймовірностей»). Учням пропонується відрізок від 0 (неможлива подія) до 1 (достовірна подія).

Завдання: розмістити картки з подіями («Завтра піде дощ», «Після вівторка настане середа», «При підкиданні кубика випаде 7 очок») на цій шкалі. Це візуалізує поняття ймовірності як міри відносної частоти.



Етап 2: Від комбінаторики — до ймовірності

У програмі «Росток» комбінаторика є фундаментом для теорія ймовірностей. Головний методичний прийом тут — наочне моделювання варіантів:

- Дерево варіантів (граф-дерево): Основний інструмент у 5–6 класах. Воно допомагає дітям не просто множити числа за правилом добутку, а бачити структуру цього множення.
- Таблиці варіантів: Використовуються для парних комбінацій (наприклад, підкидання двох кубиків). Заповнюючи таблицю $6 * 6$, учень чітко бачить, чому сума «7» випадає найчастіше (6 варіантів), а сума «2» — найрідше (1 варіант).

		Кількість очок при <i>другому</i> киданні					
		1	2	3	4	5	6
Кількість очок при <i>першому</i> киданні	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
	6						

Етап 3: Практичний (статистичний) підхід

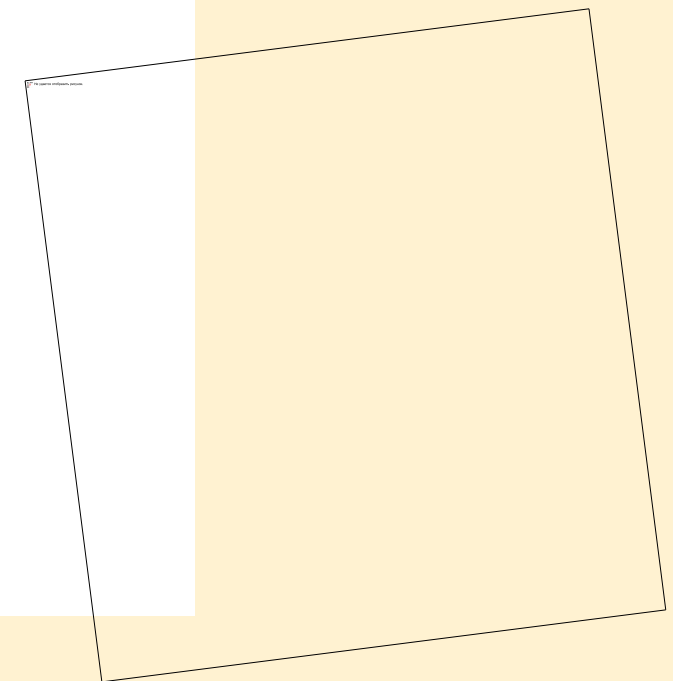
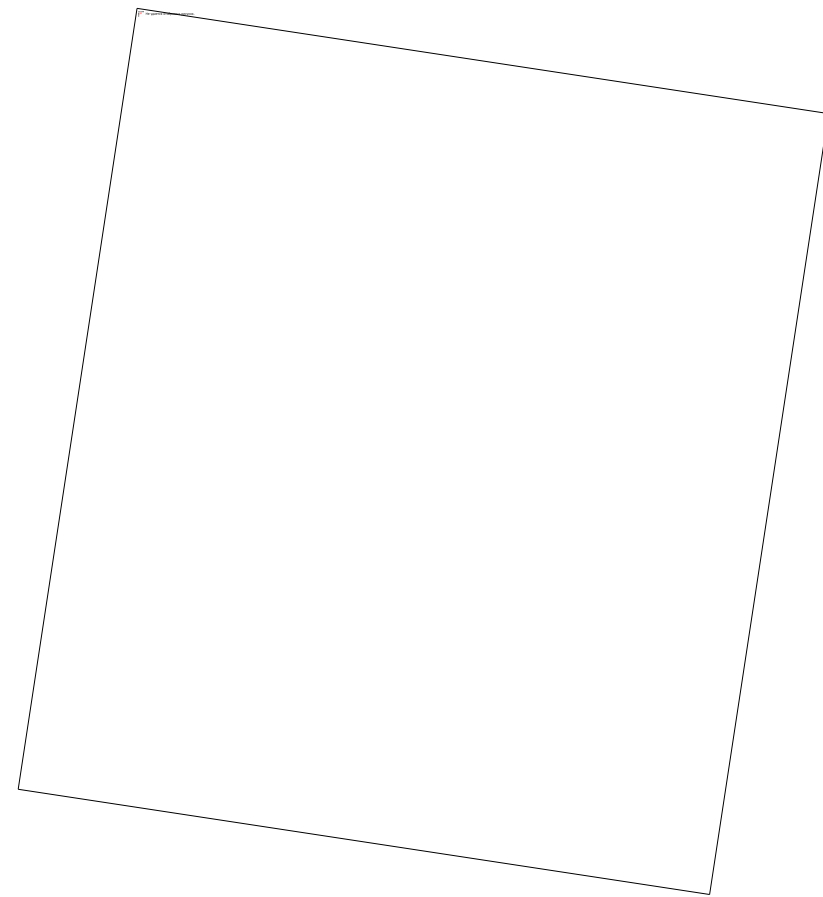
Методика вимагає проведення реальних або віртуальних мікро-досліджень на уроці:

Експеримент «Підкидання монети»: Кожен учень підкидає монету 10 разів, результати ряду додаються по групах, а потім по всьому класу (доводячи кількість випробувань до сотень).

Аналіз: Учні на власні очі бачать закон великих чисел — як із ростом кількості випробувань відносна частота стабілізується навколо числа 0.5.

Етап 4: Інтеграція з теорією множин

Це сильна сторона програми «Росток» у 6 класі. Поняття «простір елементарних подій» (U) ототожнюється з універсальною множиною. Перетин множин ($A \cap B$) трактується як одночасна поява подій A і B . Об'єднання множин ($A \cup B$) — як поява хоча б однієї з подій. Візуалізація за допомогою кіл Ейлера робить абстрактні теореми додавання та множення ймовірностей очевидними й легкими для сприйняття.



Типові завдання «Ростка» та методика їх розбору

Методика вимагає йти від простого переліку до узагальнення.
Контекст задач завжди життєвий або казково-ігровий.

Задачі на вибір кульок/цукерок з коробки: (Класична ймовірність).

Наголос робиться на розрізненні запитань: «Яка ймовірність витягнути червону?», «Яка ймовірність витягнути НЕ чорну?» (введення протилежної події через доповнення множини).

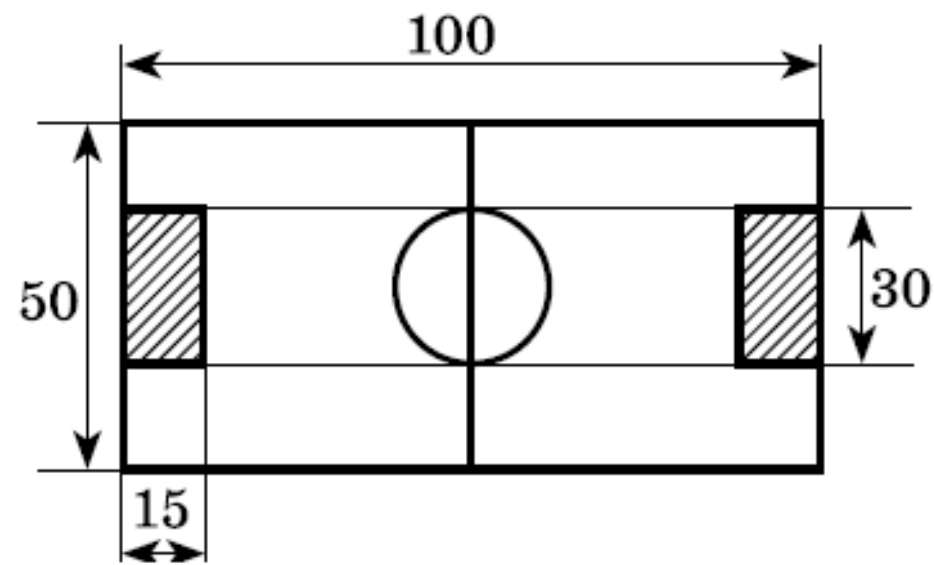
В кошику знаходяться 8 зелених, 6 чорних і 7 червоних куль. Навмання виймається одна куля. Яка ймовірність того, що ця куля:

- 1) біла;
- 2) чорна;
- 3) червона;
- 4) не біла;
- 5) не чорна;
- 6) не червона?

Геометрична ймовірність (пропедевтика):

Задачі типу «Падіння краплі дощу на квадратну кахлю, всередині якої намальовано круг». Учні розв'язують це через відношення площ, що готує їх до геометричного трактування ймовірності без складного інтегрального апарату.

Парашутист, не вибираючи місця для посадки, сідає на футбольне поле, план якого зображено на рис. 5. Яка ймовірність того, що він потрапить в один із двох однакових штрафних майданчиків, зображення яких заштриховані на рисунку?



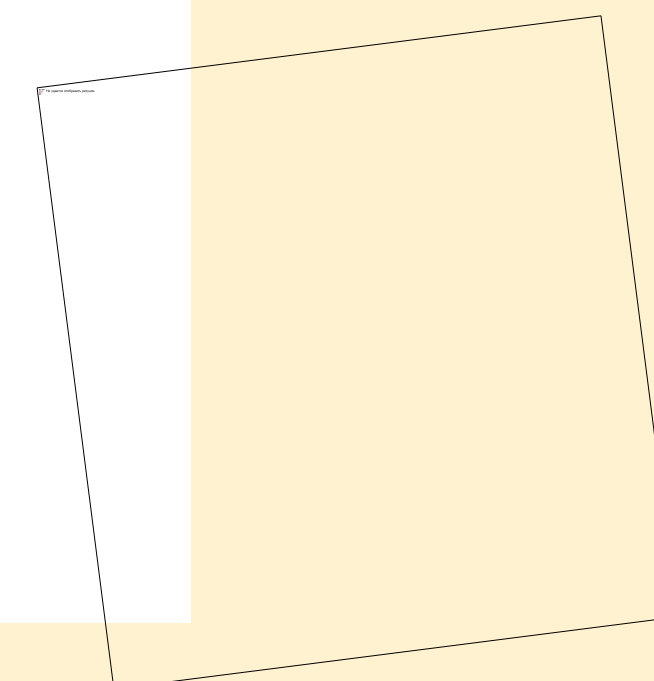
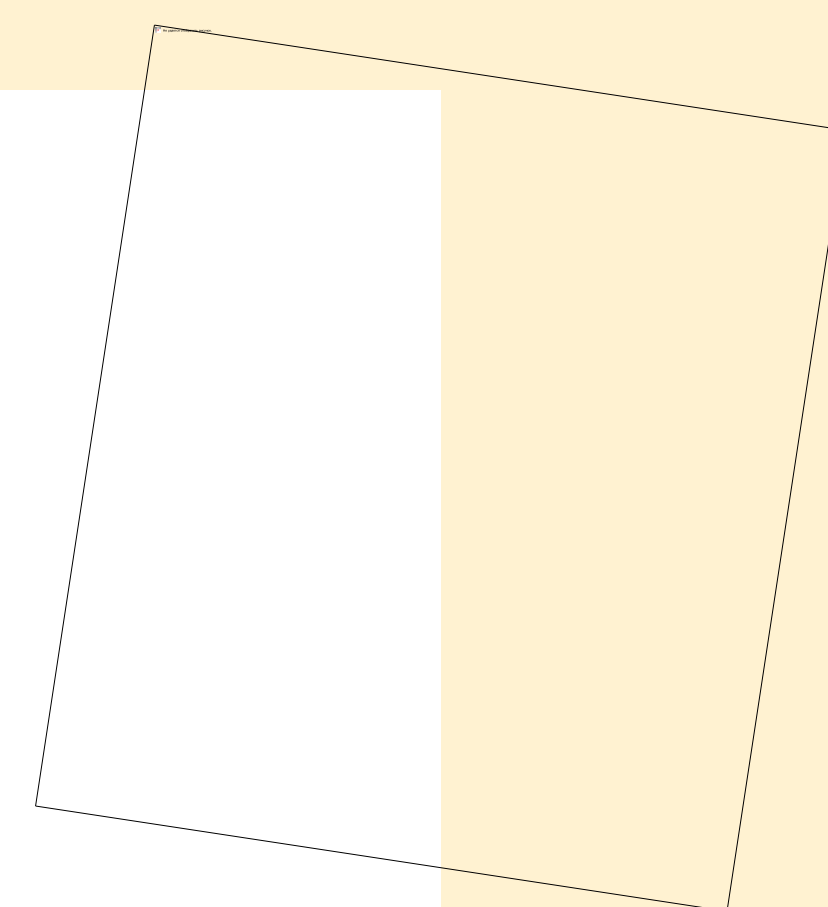
Задача Вадима Черкасенка. Двоє курчат ухопили черв'яка з двох сторін і тягнуть у протилежні боки. Черв'як рветься в навмання вибраній точці. Яка ймовірність того, що обоє курчат наситяться тими шматками, що залишаться в їх дзьобах після розриву, якщо для цього потрібно, щоб довжина кожного зі шматків була не меншою за $\frac{1}{5}$ довжини всього черв'яка?

Не поспішайте вводити формули комбінаторики у готовому вигляді.

Дозвольте учням у 5–6 класах «руками» перебирати варіанти, будувати дерева та шукати закономірності (наприклад, самостійно вийти на формулу кількості рукостискань).

Використовуйте колірне кодування. При роботі з деревами варіантів або колами Ейлера різні гілки чи зони множин обов'язково мають виділятися різними кольорами — для дітей із наочно-образним мисленням це критично важливо.

Опирайтеся на помилки. Якщо учень каже, що при підкиданні двох монет варіантів три (два герби, дві цифри, герб і цифра), не виправляйте одразу. Запропонуйте провести експеримент у парах 20 разів — і статистика сама доведе, що варіант «герб і цифра» випадає вдвічі частіше, бо він складається з двох різних елементарних подій (ГЦ та ЦГ).



Вивчення елементів теорії ймовірностей та комбінаторики в межах науково-педагогічного проєкту (освітньої технології) «Росток» має свої унікальні особливості. Оскільки ця програма орієнтована на випереджальний розвиток логічного мислення, інтеграцію знань та діяльнісний підхід, вивчення стохастичної лінії (навіть у початкових та середніх класах) дає потужні результати.

- **1. Ранній старт та пропедевтика (наочність замість сухих формул)**

У традиційній програмі теорія ймовірностей часто з'являється лише у старшій школі й сприймається складно через велику кількість абстрактних формул. У «Ростку» поняття випадковості, закономірності, «можливого» та «неможливого» закладаються дуже рано (часто в ігровій формі з початкових класів, наприклад, через підручники Л. Г. Петерсон або інтегровані курси).

Висновок: Діти звикають до імовірнісного характеру навколишнього світу природно. Вони розуміють суть випадкової події до того, як почнуть рахувати її математичну вірогідність.

2. Розвиток комбінаторного та евристичного мислення

Теорія ймовірностей у «Ростку» нерозривно пов'язана з комбінаторикою (перебором варіантів, деревом рішень, правилами суми та добутку).

Програма стимулює учнів не просто зазубрювати правила, а самостійно шукати шляхи розв'язання через графічні моделі, таблиці та схеми.

Висновок: Це розвиває варіативність мислення. Учні розуміють, що будь-яка життєва чи математична задача може мати кілька варіантів розвитку подій, і вчаться прораховувати їх усі.

3. Практична спрямованість та формування життєвих компетентностей

«Росток» ставить за мету пов'язати математику з реальним життям. Вивчення теорії ймовірностей допомагає учням аналізувати:

- * Шанси на перемогу в іграх/лотереях (формування імунітету до азартних ігор).
- * Прогнозування погоди, оцінку ризиків, базові поняття статистики та аналізу даних.

Висновок: Математичні знання трансформуються у практичну навичку прийняття зважених рішень в умовах невизначеності, що є критично важливим для сучасної людини (soft skill — критичне мислення).

4. Високий рівень мотивації через діяльнісний підхід

Уроки в технології «Росток» будуються як мінідослідження. Діти кидають кубики, витягають кульки з мішечка, проводять експерименти, збирають статистику і лише потім виводять математичну закономірність (класичне означення ймовірності).

Висновок: Процес навчання викликає щирий інтерес. Математика перестає бути «сухою» наукою, адже дитина сама стає дослідником, який відкриває закони випадковості.

5. Готовність до викликів Нової української школи (НУШ) та ЗНО/НМТ

Програма «Росток» історично випереджала свій час, використовуючи принципи, які зараз закладені в основу НУШ (інтеграція, критичне мислення, компетентнісний підхід).

Висновок: Учні, які пройшли стохастичну лінію за програмою «Росток», демонструють значно вищі результати під час розв'язання задач із комбінаторики та теорії ймовірностей на випускних та вступних іспитах (ЗНО/НМТ), оскільки мають міцний понятійний фундамент, а не просто вивчені напередодні формули

Вивчення теорії ймовірностей у програмі «Росток» є одним із найефективніших інструментів формування наукового світогляду. Воно руйнує стереотип про те, що світ є суто лінійним і передбачуваним, натомість навчає дитину мислити масштабно, аналізувати ризики та бачити закономірності там, де інші бачать лише хаос.

